

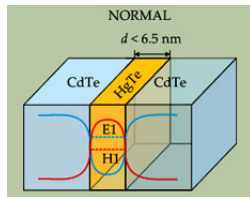
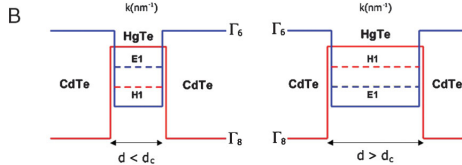
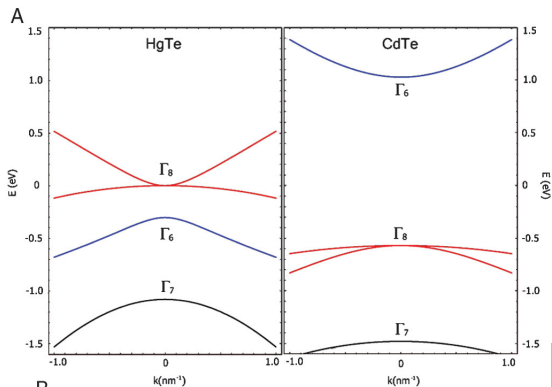
# Topologikus szigetelők

Sárkány Lőrinc

Nanofizika szeminárium  
2012. május 24.

# Történetük

- 1984, Haldene: hatszögrácson QH-modell, TR sértő
- TFT (1989)
- 2001, Zhang és Hu: mikroszkopikus modell a QH-effektusra, 4D-ben; TR-invariáns
- ⋮
- $\rightsquigarrow$  **topologikus szigetelő (2D)**: TR-invariáns, gap a tömbben (szigetelő), élek: nincs gap, helikálisak (spin és a mozgás iránya kapcsolódik egymáshoz)
- élállapotok: Kramers-párokban, ezek metszik egymást
- Mitől topologikus? a spektrum adiabatikusan nem deformálható át egy közönséges (azaz helikális élállapottal nem rendelkező) szigetelő spektrumába



# Bulk Hamilton-operátor

$$H = \epsilon(\vec{k}) + H_1$$

$$H_1 = \left[ \begin{array}{cc|cc} M - Bk^2 & A(k_x + ik_y) & 0 & 0 \\ A(k_x - ik_y) & -M + Bk^2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & M - Bk^2 & -A(k_x - ik_y) \\ 0 & 0 & -A(k_x + ik_y) & -M + Bk^2 \end{array} \right]$$

- bázis:  $\{E_{1+}, H_{1+}, E_{1-}, H_{1-}\}$
- $\epsilon(\vec{k}) = C - Dk^2$
- A,B,C,D,M anyagi és geometriai paraméterek
- kritikus vastagságnál:  $M$  előjelet vált,  $d > d_c$ :  $E_1$   $H_1$  alá kerül,  $M < 0$
- $M = 0$ : 2 db tömegtelen Dirac Hamilton-op. (v.ö. grafén – 4 db Dirac-kúp!)

# Helikális éllállapotok

- $x > 0$  félsíkon dolgozunk
- $k_x \rightarrow -i\partial_x$
- $y$  irányban transláció invariáns a rendszer  $\Rightarrow k_y$  jó kvantumszám
- tfh:  $\epsilon(\vec{k}) \approx 0$  és  $k_y = 0$
- blokkdiagonális  $\Rightarrow$  s.vektorok:  
 $\Psi_{\uparrow} = (\Psi_0; \vec{0}), \Psi_{\downarrow} = (\vec{0}; \Psi_0)$
- jelölés:  
 $\phi_+ = (0, i); \phi_- = (i, 0)$

$$\Psi_0(x) = (ae^{\lambda_1 x} + be^{\lambda_2 x})\phi_- + (ce^{-\lambda_1 x} + de^{-\lambda_2 x})\phi_+$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2B} \left( A \pm \sqrt{A^2 - 4MB} \right)$$

- $\Psi(0) = 0$  + normalizálhatóság  $\Rightarrow$  ki lehet sakkozni az egyes együthatókat

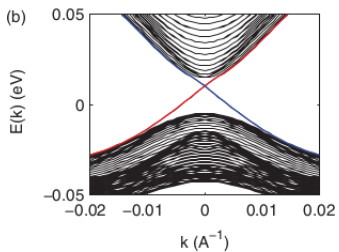
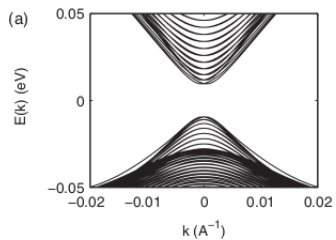
- $c = d = 0$  ( $\text{Re } \lambda_{1,2} < 0$ ) VAGY  $a = b = 0$  ( $\text{Re } \lambda_{1,2} < 0$ )
- ehhez kell:  $M/B > 0$

$$\Psi_0(x) = \begin{cases} a(e^{\lambda_1 x} - e^{\lambda_2 x})\phi_-, & A/B < 0 (\Rightarrow \text{Re } \lambda_{1,2} < 0) \\ c(e^{-\lambda_1 x} - e^{-\lambda_2 x})\phi_+, & A/B > 0 \end{cases}$$

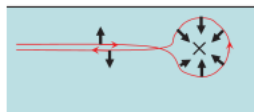
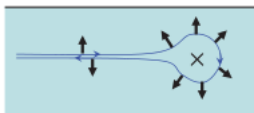
- $l_c := \max |\text{Re } \lambda_{1,2}|^{-1}$ : élállapotok kiszélesedése
- $A/B$  előjele  $\leftrightarrow$  élállapot spinpolarizációja
- effektív él-Hamilton: a bulk Hamilton-op. projekciójával  
 $(H_{\text{edge}}^{\alpha\beta}(k_y) = \langle \Psi_\alpha | H_{\text{bulk}} | \Psi_\beta \rangle, \alpha, \beta = \uparrow, \downarrow)$ :

$$H_{\text{edge}} = Ak_y \sigma_z$$

# Egzakt diagonalizációval...



# Éllapotok perturbációja



- nem mágneses szennyező, tfh. visszaszór
- $\Rightarrow$  spinnek meg kell fordulnia
- $\Rightarrow$  destruktív interferencia
- ha két oda és két vissza csatorna van, akkor már lehet visszaszóródás!

- $k = 0$ -ban (TR invariancia) metszik egymást a sávok, ez TR-invariáns perturbációval nem megszüntethető



- elvileg umlapp-szórás és quenched-disorder gapet nyithat az élállapotokban, de általában ez nem történik meg
- Kondo szennyezés hatása: a Luttinger-paramétertől ( $K$ ) függ:
  - $K > 1/4$  (gyenge Coulomb-kcsh): vez. képesség visszaáll  $2e^2/h$ -ra
  - $K < 1/4$  (erős Coulomb-kcsh):  $G(T = 0) = 0$ , véges  $T$ -re  $e/2$ -es töltésű kvázirészecske-transzport van

# Kísérleti eredmények – LL, Hall-ellenállás

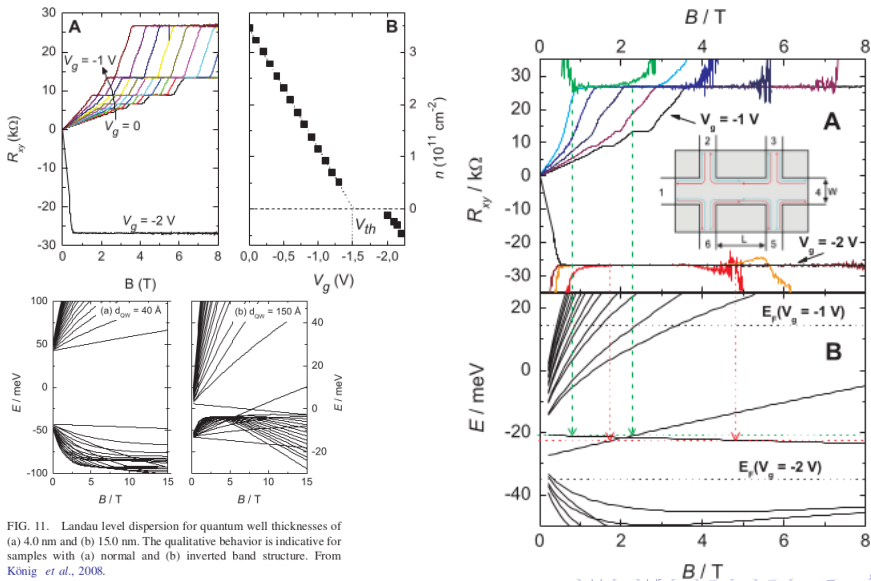
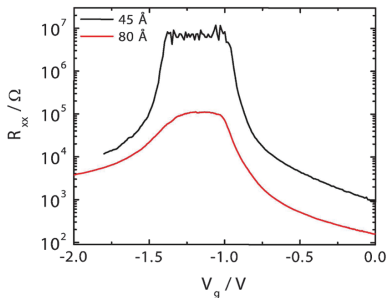
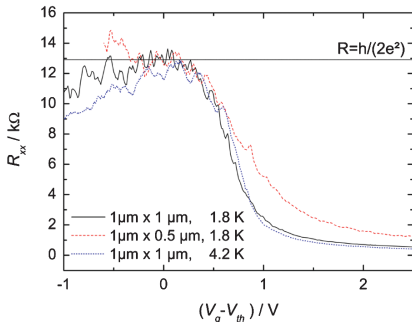


FIG. 11. Landau level dispersion for quantum well thicknesses of (a) 4.0 nm and (b) 15.0 nm. The qualitative behavior is indicative for samples with (a) normal and (b) inverted band structure. From König *et al.*, 2008.

# Longitudinális vezetőképesség

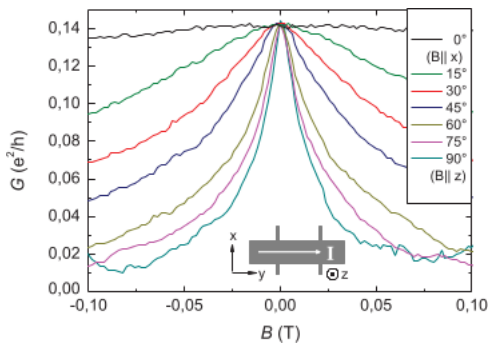


- $20\mu m \times 13.3\mu m$
- tipp: inelasztikus szórás növeli az ellenállást, karakterisztikus hossz: pár  $\mu m$



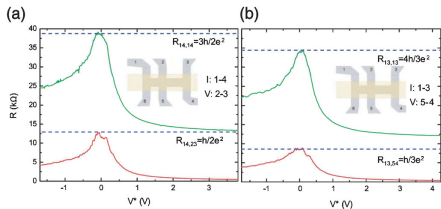
- vezetőképesség nem függ a minta szélességétől  $\Rightarrow$  tényleg az éle vezet!

# Mágneses tér és az ellenállás



- $20\mu m \times 13.3\mu m$ ,  $T = 1.4$  K
- a görbék szélessége  $T$ -vel csökken
- anizotrópia magyarázata: BIA-taggal módosított modell
- harang-alak: rendezetlenség hatása (??), numerikus szimulációk vannak...

# Nemlokális vezetőképesség

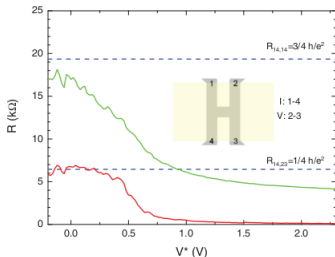


Landauer-Büttiker:

$$I_i = \frac{e^2}{h} \sum_j (T_{ji} V_i - T_{ij} V_j),$$

$$T(\text{QSH})_{i+1,i} =$$

$$T(\text{QSH})_{i,i+1} = 1, \text{ a többi } 0$$



$$2V_2 - V_1 - V_3 = 0,$$

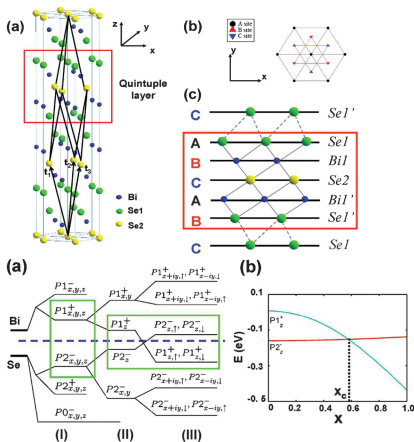
$$2V_3 - V_2 - V_4 = 0,$$

$$I_1 = \frac{e^2}{h} (2V_1 - V_2 - V_4)$$

$$\Rightarrow R_{14,23} = \frac{h}{4e^2}$$

# 3D

- $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ ,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ,  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$ , ...
- SOC  $\Rightarrow$  inverzió
- helikális felszíni állapotok:  $\text{spin} \perp \text{momentum}$ , nincs gap; TR-inv. pert. nem is tud gapet nyitni
- bulk: szigetelő
- $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ : gyengén kapcsolódó rétegek; rétegen belül erős kötés
- I: Bi-Se kötés; II: kristálytér felhasadás; III: SOC (inverzió – ellentétes paritású pályák)



- hasonló modell,  $k^3$ -ös tagok is kellene, ha jól le akarjuk írni a jelenséget  $\Rightarrow$  hatszöges Fermi-felület
- felület effektív Hamilton-op. (projekcióval):  

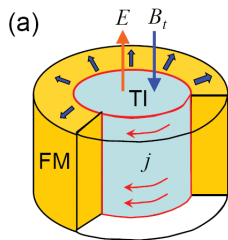
$$H_{\text{surf}}(k_x, k_y) = C + A(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) + \dots$$
- $\vec{j}(\vec{x}) = v\vec{S}(\vec{x}) \times \vec{z}$
- v.ö: 2D-s TR-invariáns rendszerben csak páros számú Dirac-kúp lehet  $\Rightarrow$  nem top. szig.

- $H_1 = \sum_{\alpha} m_{\alpha} \sigma^{\alpha} \Rightarrow E_k = \pm \sqrt{(Ak_y + m_x)^2 + (Ak_x - m_y)^2 + m_z^2}$  – csak  $m_z$  tud gapet nyitni (ez TR-sértő)
- $\sigma_H = \frac{m_z}{|m_z|} \frac{e^2}{2h}$ : ugrás  $m_z = 0$ -nál!
- primitív kép:
  - TR-invariancia miatt  $\sigma_H(m_z \rightarrow 0+) = -\sigma_H(m_z \rightarrow 0-)$
  - nagy momentumoknál magasabbrendű korrekciókat is figyelembe kéne venni a Hamilton-operátorban, de  $\sigma_H(m_z \rightarrow 0+) - \sigma_H(m_z \rightarrow 0-) = (m_z/|m_z|)e^2/h$ -t várjuk
- nem TR-invariáns TR-sértő tagok esetén: lokalizáció, longitud. vez. kép  $\rightarrow 0$ ,  $\sigma_H$ : mint az előbb



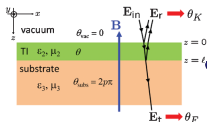
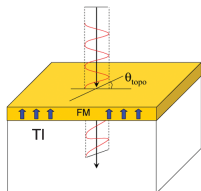
- pl. mágneses szennyezők: spinje csatolódik a felületi állapotokhoz
- véges  $k_F$ -re: Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida kcsh., a csatolás előjele oszcillál  $\sim k_F/2$ -vel
- $k_F \approx 0$ : ferromágneses csatolás!
- $\Rightarrow$  hogyan csináljunk a felületen TR-sértő teret? bevonjuk mágneses szennyezőkkel és a kémiai potenciált beállítjuk...

# Topological Magnetoelectric effect (TME)



- felület: mágneses szennyezők, ferrom. rend  $\Rightarrow$  gap, fél-QH vez. kép.
- $\vec{E} \Rightarrow \vec{j} = (m/|m|)e^2/(2h) \vec{n} \times \vec{E} \Rightarrow \vec{B}$
- $\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M} + 2P_3\alpha\vec{E}$ ,  
 $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} - 2P_3\alpha\vec{B}$
- $\alpha = e^2/(hc)$ ,  $P_3 = n + 1/2$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

# Topologikus Kerr- és Faraday-rotáció



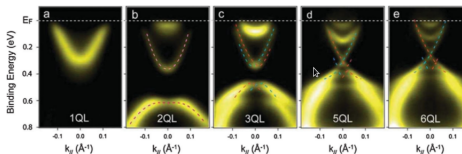
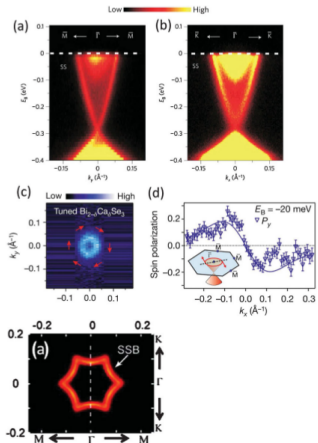
- bulk: TR-invariáns, nincs Faraday, de a felületen lehet (TME)

$$\tan\theta_K = \frac{4\alpha P_3 \sqrt{\epsilon_1/\mu_1}}{\epsilon_2/\mu_2 - \epsilon_1/\mu_1 + 4\alpha^2 P_3^2},$$

$$\tan\theta_F = \frac{2\alpha P_3}{\sqrt{\epsilon_1/\mu_1} + \sqrt{\epsilon_2/\mu_2}},$$

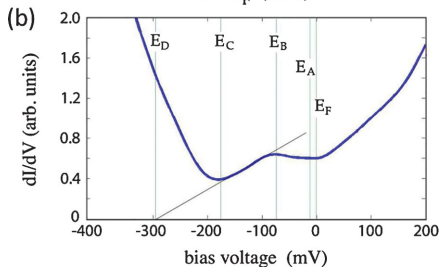
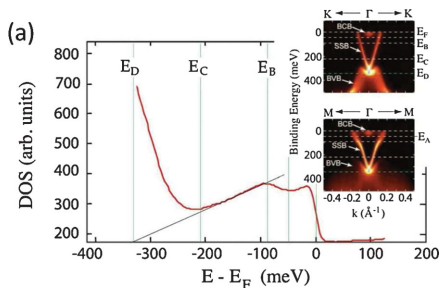
- általában nehéz mérni, mert ott van a közösleges EM válasz és  $\epsilon_{12}, \mu_{12}$
  - DE: véges minta, egyik oldalon szubsztrát, másikon vákuum  $\Rightarrow$
- $$2P_3\alpha = \frac{\cot\theta_F + \cot\theta_K}{1 + (\cot\theta_F)^2}$$

# ARPES



- bf, f:  $Bi_2Se_3$ , bl:  $Bi_2Te_3$
- $E_f$  a vezetési sávban van (intrinsic doping miatt), és így a bulk vezet
- $\Rightarrow$  0.67 % Sn-dopolás

# STS + ARPES



- STS  $\Rightarrow$   $dI/dV \leftrightarrow$  integrált DoS  $\Leftarrow$  ARPES
- $E_A$ : vezetési sáv alja;  $E_C$ : vegyértéksáv teteje;  $E_D$ : Dirac-pont

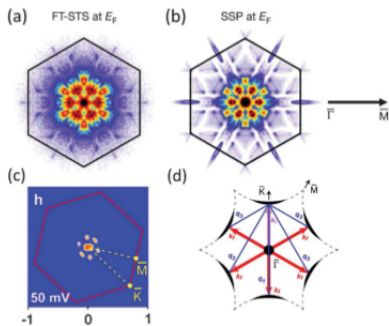


FIG. 30 (color). (a) Measured interference pattern in momentum space for impurities on the surface of  $\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x}$ . (b) Pattern calculated from ARPES data on  $\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x}$ , which agrees well with the interference pattern in (a). (c) Similar interference pattern and (d) possible scattering wave vectors for  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ . From Roushan *et al.*, 2009, and T. Zhang *et al.*, 2009.

- szennyezők  $\Rightarrow$  szóródás  $\Rightarrow$  interferencia, ezt Fourier-transzformáljuk
- c:  $\vec{M}$  irányába van,  $\vec{K}$  irányába nincs ( $k \leftrightarrow -k$  tiltott!)